第 01 讲 极值与最值问题

参考答案与试题解析

1．（2020 春•武汉期中）已知函数 $f(x)=ax^2+1(a>0)$，$g(x)=x^3+bx$．

（1）若曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点 $(1,c)$ 处具有公共切线，求 a，b 的值；

（2）当 $a^2=4b$ 时，求函数 $f(x)+g(x)$ 的单调区间，并求其在区间 $(-\infty,-1]$ 上的最大值．

【解答】解：（1）由 $(1,c)$ 公共切点可得：$f(x)=ax^2+1(a>0)$，

则 $f'(x)=2ax$，$k_1=2a$，$g(x)=x^3+bx$，

则 $g'(x)=3x^2+b$，$k_2=3+b$，$\therefore 2a=3+b$①

又 $f(1)=a+1$，$g(1)=1+b$，$\therefore a+1=1+b$，即 $a=b$，代入①式可得：$\begin{cases} a=3 \\ b=3 \end{cases}$．

（2）$\because a^2=4b$，$\therefore$ 设 $h(x)=f(x)+g(x)=x^3+ax^2+\frac{1}{4}a^2x+1$

则 $h'(x)=3x^2+2ax+\frac{1}{4}a^2$，

令 $h'(x)=0$，解得：$x_1=-\frac{a}{2}$，$x_2=-\frac{a}{6}$；

$\because a>0$，$\therefore -\frac{a}{2}<-\frac{a}{6}$，

$\therefore$ 原函数在 $(-\infty,-\frac{a}{2})$ 单调递增，在 $(-\frac{a}{2},-\frac{a}{6})$ 单调递减，在 $(-\frac{a}{6},+\infty)$ 上单调递增

①若 $-1\leqslant -\frac{a}{2}$，即 $a\leqslant 2$ 时，最大值为 $h(1)=a-\frac{a^2}{4}$；

②若 $-\frac{a}{2}<-1<-\frac{a}{6}$，即 $2<a<6$ 时，最大值为 $h(-\frac{a}{2})=1$

③若 $-1\geqslant -\frac{a}{6}$ 时，即 $a\geqslant 6$ 时，最大值为 $h(-\frac{a}{2})=1$．

□□□□□ $a\in(0$ □ $2]$ □□□□□ $h(1)=a-\dfrac{a^2}{4}$ □□ $a\in(2,+\infty)$ □□□□□ $h(-\dfrac{a}{2})=1$ □

2□□2020 □•□□□□□□□□□□□ $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(a+1)x^2+ax$

□1□ $a=-1$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $a>0$ □ $x\geqslant 0$ □□ $f(x)>-\dfrac{2}{3}a$ □□□□□ a □□□□□

□□□□□□1□ $a=-1$ □□ $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-x$ □

$\therefore f'(x)=(x+1)(x-1)$ □

□ $f'(x)>0$ □□□□ $x>1$ □ $x<-1$ □

□ $f'(x)<0$ □□□□ $-1<x<1$ □

$\therefore f(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□ $(-1,1)$ □□□

□2□□ $a>0$ □ $x\geqslant 0$ □□ $f(x)>-\dfrac{2}{3}a$ □□□□

□□ $f(x)+\dfrac{2}{3}a>0$ □□□

□ $g(x)=f(x)+\dfrac{2}{3}a=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(a+1)x^2+ax+\dfrac{2}{3}a$ □

$\therefore g'(x)=(x-a)(x-1)$ □

① $0<a<1$ □□ $g(x)$ □ $(0,a)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□ $(a,1)$ □□□

$\therefore g(x)_{□□□}=g(x)_{□□□}=g$□1□ $=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}(a+1)+a+\dfrac{2}{3}a>0$ □□ $g(0)=\dfrac{2}{3}a>0$ □

□□□ $\dfrac{1}{7}<a<1$ □

② $a=1$ □□ $g'(x)\geqslant 0$ □ $g(x)$ □ $[0$ □ $+\infty)$ □□□□□

$\therefore g(x)_{□□□} = g(0) = \frac{2}{3}a > 0$ □

③ $a > 1$ □□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □ $(a,+\infty)$ □□□□ $(1,a)$ □□□

$\therefore$ □□ $g(x)_{□□□} = g(x)_{□□□} = g$ □a□ $= \frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{2}(a+1)a^2 + a^2 + \frac{2}{3}a > 0$ □

□□□ $1 < a < 4$ □

□□①②③□□ a □□□□□□ $(\frac{1}{7}$ □ $4)$ □

3□□2020□•□□□□□□□□□□□□ $f(x) = x(lnx + 3ax + 2) - 3ax + 4$ □

□1□□ $f(x)$ □ $[1$ □ $+\infty)$ □□□□□□□□□ a □□□□□□

□2□□ $f(x)$ □□□□□6□□□□ a □□□

□□□□□□□1□ □□ $f(x) = x(lnx + 3ax + 2) - 3ax + 4$ □ $\therefore f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

$\therefore f'(x) = lnx + 3ax + 2 + x(\frac{1}{x} + 3a) - 3a = lnx + 6ax + 3 - 3a$ □

□ $f(x)$ □ $[1$ □ $+\infty)$ □□□□□□

$\therefore f'(x) = lnx + 6ax + 3 - 3a, 0$ □ $[1$ □ $+\infty)$ □□□□□

$\therefore 3a, \frac{3 + lnx}{1 - 2x}$ □ $[1$ □ $+\infty)$ □□□□□

□ $g(x) = \frac{3 + lnx}{1 - 2x}$ □□ $g'(x) = \frac{\frac{1}{x} + 4 + 2lnx}{(1 - 2x)^2}$ □

□ $x.1$ □ $\therefore g'(x) > 0$ □ $\therefore g(x)$ □ $[1$ □ $+\infty)$ □□□□□□

$\therefore g(x)_{min} = g$ □1□ $= -3 .. 3a$ □

$\therefore a, -1$ □

□2□□□1□□□ f □1□ $= 6$ □□ $f(x)$ □□□□□6□□ f' □1□ $= 0$ □

$\therefore 3a+3=0$□$a=-1$□

□□□□□□$a=-1$□□$f(x)\leq 6$□□$x(lnx-3x+2)+3x-2\leq 0$□□□$lnx-3x-\frac{2}{x}+5\leq 0$□

□$h(x)=lnx-3x-\frac{2}{x}+5(x>0)$□$\therefore h'(x)=\frac{(3x+2)(1-x)}{x^2}$□

$\therefore h(x)$□$(0,1)$□□□□□□□$(1,+\infty)$□□□□□□

$\therefore h(x)_{max}=h$□1□$=0$□

$\therefore lnx-3x-\frac{2}{x}+5\leq 0$□$(0,+\infty)$□□□□□

$\therefore a=-1$□

4□□2020•□□□□□□□$f(x)=ln(2x-1)+\frac{a}{x}(a\in R)$□

□1□□□$f(x)$□□□□□

□2□□$f(x)\leq ax$□□□□□a□□□

□□□□□□□1□$f(x)$□□□□□$(\frac{1}{2},+\infty)$□$f'(x)=\frac{2}{2x-1}-\frac{a}{x^2}=\frac{2x^2-2ax+a}{(2x-1)x^2}$□

□ $2x-1>0$□$x^2>0$□

□$g(x)=2x^2-2ax+a$□□

□1□□$\triangle\leq 0$□□□$0\leq a\leq 2$□□□□□$x\in(\frac{1}{2},+\infty)$□$g(x)\geq 0$□□□□

□□$x\in(\frac{1}{2},+\infty)$□□$f'(x)\geq 0$□□□□□□□□□□□□□□□□□

$\therefore f(x)$□$(\frac{1}{2},+\infty)$□□□□□□

□2□□$\triangle>0$□□□$a>2$□$a<0$□□$g(x)$□□□□□$x=\frac{a}{2}$□

①□$a<0$□□$\frac{a}{2}<0$□□$g(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}>0$□

□□□□□ $x\in(\frac{1}{2},+\infty)$ □ $g(x)>0$ □□□□□□□ $x\in(\frac{1}{2},+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □□□□

$\therefore f(x)$ □ $(\frac{1}{2},+\infty)$ □□□□□□

② □ $a>2$ □□ $\frac{a}{2}>1$ □□ $g(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}>0$ □

□□□□ $g(x)=0$ □□□□ $x_1=\frac{1}{2}(a-\sqrt{a^2-2a}), x_2=\frac{1}{2}(a+\sqrt{a^2-2a})$

$\therefore$ □ $x\in(\frac{1}{2},x_1)\cup(x_2,+\infty)$ □□ $g(x)>0$ □

□ $x\in(x_1$ □ $x_2)$ □□ $g(x)<0$ □

$\therefore$ □ $x\in(\frac{1}{2},x_1)\cup(x_2,+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □

□ $x\in(x_1$ □ $x_2)$ □□ $f'(x)<0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(\frac{1}{2},x_1)$ □ $(x_2$ □ $+\infty)$ □□□□□□□ $(x_1$ □ $x_2)$ □□□□□□

□□□□ $a\le 2$ □□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{2},+\infty)$ □□□□□□

□ $a>2$ □□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{2},\frac{1}{2}(a-\sqrt{a^2-2a}))$ □ $(\frac{1}{2}(a+\sqrt{a^2-2a}),+\infty)$ □□□□□□

□ $(\frac{1}{2}(a-\sqrt{a^2-2a}),\frac{1}{2}(a+\sqrt{a^2-2a}))$ □□□□□□

□II□ $f(x)\le ax$ □□□□□□ $\forall x\in(\frac{1}{2},+\infty)$ □ $f(x)-ax\le 0$ □□□□

□ $h(x)=f(x)-ax=ln(2x-1)+\frac{a}{x}-ax$ □

□ $f(x)\le ax$ □□□□□□ $\forall x\in(\frac{1}{2},+\infty)$ □ $h(x)\le 0=h$ □1□ $(*)$ □

□□□ $(*)$ □□□ $h(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□

$$h'(x)=\frac{-2ax^3+(2+a)x^2-2ax+a}{x^2(2x-1)}$$ □

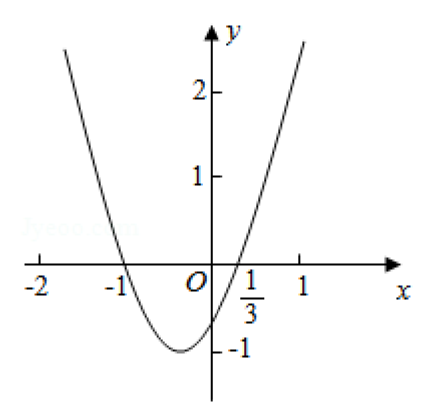
□ h' □1□ $=0$ □□ $a=1$ □

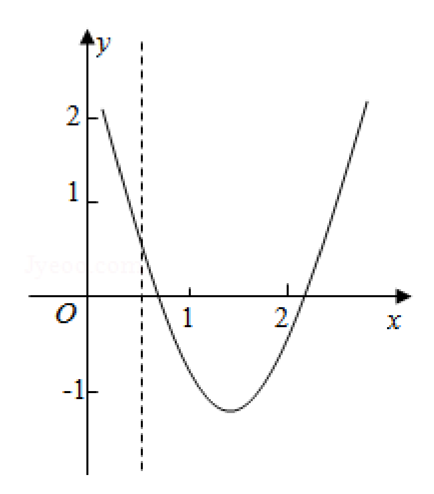
□ $a=1$ □□ $h'(x)=\dfrac{(1-x)(2x^2-x+1)}{x^2(2x-1)}$ □

$\therefore$ □ $x\in(\frac{1}{2},1)$ □□ $h'(x)>0$ □□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $h'(x)<0$ □

$\therefore$ □ $a=1$ □□ $h(x)$ □ $(\frac{1}{2},1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□ $h(x)_{,,}$ h □1□ $=0$ □□□□□□

□□□ $a=1$ □





5□□2020•□□□□□□□□□ $f(x)=-\dfrac{1}{(x-1)^2}$ □

□1□□□□ $y=-2x+m$ □□□ $y=f(x)$ □□□□ m □□□

□2□□□□ $x\in(-1,1)$ □ $a\ln(x+1)-f(x)-1\geqslant 0$ □□□□□□□ a □□□□

□□□□□□□1□□□□ $y=-2x+m$ □□□ $y=f(x)$ □□□□ $(x_0$ □ $y_0)$ □

□□ $f'(x)=\frac{2}{(x-1)^3}$ □⋯2□

□□ $\begin{cases}\frac{2}{(x_0-1)^3}=-2\\ -\frac{1}{(x_0-1)^2}=-2x_0+m\end{cases}$ □□□ $\begin{cases}x_0=0\\ m=-1\end{cases}$ □□□ $m=-1$ □⋯5□

□2□□ $g(x)=a\ln(x+1)-f(x)-1=a\ln(x+1)+\frac{1}{(x-1)^2}-1$ □ $x\in(-1,1)$ □

□ $g'(x)=\frac{a(x-1)^3-2(x+1)}{(x+1)(x-1)^3}$ □□ $g(0)=0$ ⋯7□

□□ $x\in(-1,1)$ □

□□ $(x+1)>0$ □ $(x-1)^3<0$ □ $(x+1)(x-1)^3<0$ □

□ $h(x)=a(x-1)^3-2(x+1)$ □ $x\in(-1,1)$ □

(i) □ $a\geq 0$ □□□□ $x\in(-1,1)$ □

□□ $h(x)<0$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □ $(-1,1)$ □□□□□□□ $x\in(-1,0)$ □□ $g(x)<0$ □□□□□□□⋯9□

(ii) □ $a<0$ □□ $h(-1)=-8a>0$ □□ h□1□ $=-4$ □□ $h'(x)=3a(x-1)^2-2<0$ □

□□ $h(x)$ □ $(-1,1)$ □□□□□□□□ $x_1\in(-1,1)$ □□□ $h(x_1)=0$ □□ $x\in(-1,x_1)$ □□ $h(x)>0$ □□ $g'(x)<0$ □

□ $x\in(x_1$ □ $1)$ □□ $h(x)<0$ □□ $g'(x)>0$ □

□□ $g(x)$ □ $(-1,x_1)$ □□□□□□ $(x_1$ □ $1)$ □□□□□ $g(x)$ □ $(-1,1)$ □□□□□□□□□ x_1 □

□□ $g(0)=0$ □□□ $g(x)\geq 0$ □□□□□□□□ $x_1=0$ □□ $g'(x_1)=0$ □

□□ $h(0)=-a-2=0$ □□ $a=-2$ □

□□□□□ $a=-2$ ⋯12□

6□□□□□ $f(x)=\dfrac{x}{e^x}+ax+b(a,b\in R)$ □

□1□□ $f(x)$ □ R□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□2□□□ $a\in(-1,0)$ □□□□ $f(x)$ □□□□□ $2b$□□□□ $b>0$ □

□□□□□□1□ $f'(x)=\dfrac{1-x+ae^x}{e^x}$ □□ $g(x)=1-x+ae^x$ □

□□□□□ $g(x)\geq 0$ □ R□□□□□□ $a\geq\dfrac{x-1}{e^x}$ □□□□

□ $\phi(x)=\dfrac{x-1}{e^x},\phi'(x)=\dfrac{2-x}{e^x}$ □

□□ $\phi(x)$ □ $(-\infty,2)$ □□□□□□□□

□ $(2,+\infty)$ □□□□□□□□

$\phi(x)_{max}=\phi(2)=\dfrac{1}{e^2}$ □□ $a\geq\dfrac{1}{e^2}$ □

□2□□□□ $f'(x)=\dfrac{1-x+ae^x}{e^x},g(x)=1-x+ae^x,g'(x)=-1-ae^x$ □

□□ $a\in(-1,0)$ □ $g'(x)<0$ □

□□□ $g(x)$ □ R□□□□□□□

□ $g(0)=1+a>0$ □ g□1□ $=ae<0$ □

□□ $\exists x_0\in(0,1)$ □□□ $g(x_0)=0$ □

□ $ae^{x_0}=x_0-1(*)$ □□□ $e^x>0$ □□□ $x_0<1$ □

□ $x\in(-\infty,x_0)$ □□ $g(x)>0$ □□ $f'(x)>0$ □

□ $x\in(x_0$ □ $+\infty)$ □□ $g(x)<0$ □□ $f'(x)<0$ □

□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $(-\infty, x_0)$ □□□□□ $(x_0$ □ $+\infty)$ □

$f(x)_{max} = f(x_0) = \frac{x_0}{e^{x_0}} + ax_0 + b = 2b, b = \frac{x_0}{e^{x_0}} + ax_0, \frac{b}{a} = \frac{x_0}{ae^{x_0}} + x_0$ □

□ $(*)$ □□□ $\frac{b}{a} = \frac{x_0}{x_0 - 1} + x_0 = \frac{x_0^2}{x_0 - 1} < 0$

□□ $a \in (-1, 0)$ □□ $b > 0$ □

□□□□2□ $f'(x) = \frac{1 - x + ae^x}{e^x}, g(x) = 1 - x + ae^x, g'(x) = -1 - ae^x$ □

□□ $a \in (-1, 0)$ □ $g'(x) < 0$ □

□□□ $g(x)$ □ R □□□□□□□

□ $g(0) = 1 + a > 0$ □ g □1□ $= ae < 0$ □

□□ $\exists x_0 \in (0, 1)$ □□□ $g(x_0) = 0$ □

□ $ae^{x_0} = x_0 - 1(*)$ □□□ $e^x > 0$ □□□ $x_0 < 1$ □

□ $x \in (-\infty, x_0)$ □□ $g(x) > 0$ □□ $f'(x) > 0$ □

□ $x \in (x_0$ □ $+\infty)$ □□ $g(x) < 0$ □□ $f'(x) < 0$ □

□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $(-\infty, x_0)$ □□□□□ $(x_0$ □ $+\infty)$ □

$f(x)_{max} = f(x_0) = \frac{x_0}{e^{x_0}} + ax_0 + b = 2b, b = \frac{x_0}{e^{x_0}} + ax_0$

□ $ae^{x_0} = x_0 - 1$ □□ $a = \frac{x_0 - 1}{e^{x_0}} \in (-1, 0)$ □□ $\frac{x_0 - 1}{e^{x_0}} < 0$ □ $\frac{x_0 - 1}{e^{x_0}} > -1$ □

□□ $e^x > 0$ □□□ $\begin{cases} x_0 - 1 < 0 \\ x_0 + e^{x_0} > 1 \end{cases}$ □□□□ $0 < x_0 < 1$ □

□ $b=\frac{x_0}{e^{x_0}}+ax_0=\frac{x_0}{e^{x_0}}+x_0(\frac{x_0-1}{e^{x_0}})=\frac{x_0^2}{e^{x_0}}$ □

□ $h(x)=\frac{x^2}{e^x}, x\in(0,1), h'(x)=\frac{2x-x^2}{e^x}>0$ □

□□ $b>h(0)=0$ □

□ $b>0$ □□□

7□□2020 □•□□□□□□□□□□□ $f(x)=ln(ax+1)+\frac{1-x}{1+x}, x..0$ □□□ $a>0$ □

□I□□ $f(x)$ □□□□□

□II□□ $f(x)$ □□□□□1□□ a □□□□□

□□□□□□□I□□□□□□□□ $f'(x)=\frac{ax^2+a-2}{(ax+1)(1+x)^2}$ □

□ $x..0$ □ $a>0$ □ $\therefore ax+1>0$ □

① □ $a..2$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □ $\therefore f(x)$ □□□□□□ $(0,+\infty)$ □

② □ $0<a<2$ □□□ $f'(x)>0$ □□ $x>\sqrt{\frac{2-a}{a}}$ □□ $f'(x)<0$ □□ $x<\sqrt{\frac{2-a}{a}}$ □

$\therefore f(x)$ □□□□□□ $(0,\sqrt{\frac{2-a}{a}})$ □□□□□□ $(\sqrt{\frac{2-a}{a}},+\infty)$ □

□II□□ $a..2$ □□□I□①□□ $f(x)$ □□□□ $f(0)=1$ □

□ $0<a<2$ □□□□I□②□□ $f(x)$ □ $x=\sqrt{\frac{2-a}{a}}$ □□□□□ $f(\sqrt{\frac{2-a}{a}})<f(0)=1$ □

□□□□□ $f(x)$ □□□□□1□□ a □□□□□ $[2$ □ $+\infty)$ □

8□□2020•□□□□□□ $a\in R$ □□□ $f(x)=ax^3-3x^2$ □

(Ⅰ) 若 $x=2$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点，求 a 的值;

(Ⅱ) 若函数 $g(x)=f(x)+f'(x)$，$x\in[0,2]$，在 $x=0$ 处取得最大值，求 a 的取值范围.

【解答】解:

(Ⅰ) $f'(x)=3ax^2-6x=3x(ax-2)$.

因为 $x=2$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点，所以 $f'(2)=0$，即 $6(2a-2)=0$，因此 $a=1$.

经验证，当 $a=1$ 时，$x=2$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点.

(Ⅱ) 由题设，$g(x)=ax^3-3x^2+3ax^2-6x=ax^2(x+3)-3x(x+2)$.

当 $g(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的最大值为 $g(0)$ 时，$g(0)\geqslant g(2)$，

即 $0\geqslant 20a-24$.

故得 $a\leqslant\frac{6}{5}$.

反之，当 $a\leqslant\frac{6}{5}$ 时，对任意 $x\in[0,2]$，$g(x)\leqslant\frac{6}{5}x^2(x+3)-3x(x+2)=\frac{3x}{5}(2x^2+x-10)=\frac{3x}{5}(2x+5)(x-2)\leqslant 0$，

而 $g(0)=0$，故 $g(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的最大值为 $g(0)$.

综上，a 的取值范围为 $(-\infty,\frac{6}{5}]$.

9.（2020•广东模拟）设函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{(x^2+2x+k)^2+2(x^2+2x+k)-3}}$，其中 $k<-2$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域 D（用区间表示）;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 在 D 上的单调性;

(3) 若 $k<-6$，求 D 上满足条件 $f(x)>f(1)$ 的 x 的集合（用区间表示）.

□□□□□□□1□□ $t=x^2+2x+k$ □□ $f(x)$ □□□ $y=g(t)=\frac{1}{\sqrt{t^2+2t-3}}$ □

□□□□□□□□□ $t^2+2t-3>0$ □□□ $t>1$ □ $t<-3$ □

□ $x^2+2x+k>1$ □ $x^2+2x+k<-3$ □

□ $(x+1)^2>2-k$ □①□ $(x+1)^2<-2-k$ □②□

□ $k<-2$ □ $\therefore 2-k>-2-k$ □

□①□□ $x+1>\sqrt{2-k}$ □ $x+1<-\sqrt{2-k}$ □□ $x>\sqrt{2-k}-1$ □ $x<-1-\sqrt{2-k}$ □

□②□□ $-\sqrt{-2-k}<x+1<\sqrt{-2-k}$ □□ $-1-\sqrt{-2-k}<x<-1+\sqrt{-2-k}$ □

□□□□□□□□□ $(\sqrt{2-k}-1$ □ $+\infty)\cup(-\infty$ □ $-1-\sqrt{2-k})\cup(-1-\sqrt{-2-k}$ □ $-1+\sqrt{-2-k})$ □

□2□ $f'(x)=-\frac{[2(x^2+2x+k)+2](2x+2)}{2[\sqrt{(x^2+2x+k)^2+2(x^2+2x+k)-3}]^3}=-\frac{(x^2+2x+k+1)(2x+2)}{(\sqrt{(x^2+2x+k)^2+2(x^2+2x+k)-3})^3}$

$=-\frac{2(x^2+2x+k+1)(x+1)}{[\sqrt{(x^2+2x+k)^2+2(x^2+2x+k)-3}]^3}$ □

□ $f'(x)>0$ □□ $2(x^2+2x+k+1)(x+1)<0$ □□ $(x+1+\sqrt{-k})(x+1-\sqrt{-k})(x+1)<0$

□□ $x<-1-\sqrt{-k}$ □ $-1<x<-1+\sqrt{-k}$ □□□□□□□□ $x<-1-\sqrt{2-k}$ □ $-1<x<-1+\sqrt{-2-k}$ □

□□□□□□□□□□□□□ $(-\infty,-1-\sqrt{2-k})$ □ $(-1,-1+\sqrt{-2-k})$ □

□□□□□□□□□□□□□ $(-1-\sqrt{-2-k}$ □ $-1)$ □ $(-1+\sqrt{2-k}$ □ $+\infty)$ □

□3□□ $f(x)=f$ □1□□ $(x^2+2x+k)^2+2(x^2+2x+k)-3=(3+k)^2+2(3+k)-3$ □

□ $[(x^2+2x+k)^2-(3+k)^2]+2[(x^2+2x+k)-(3+k)]=0$ □

$\therefore(x^2+2x+2k+5)(x^2+2x-3)=0$

□$(x+1+\sqrt{-2k-4})(x+1-\sqrt{-2k-4})(x+3)(x-1)=0$□

$\therefore x=-1-\sqrt{-2k-4}$□$x=-1+\sqrt{-2k-4}$□$x=-3$□$x=1$□

□ $k<-6$□

$\therefore 1\in(-1,-1+\sqrt{-2k-4})$□$-3\in(-1-\sqrt{-2k-4}$□$-1)$□

□ $f(-3)=$ □1□ $=f(-1-\sqrt{-2k-4})=f(-1+\sqrt{-2k-4})$□

□□□$-1-\sqrt{-2k-4}\in(-\infty,-1-\sqrt{-2-k})$□$-1+\sqrt{-4+2k}\in(-1+\sqrt{2-k}$□$+\infty)$□

□□2□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)>f$□1□□□□□□

$(-1-\sqrt{-4-2k},-1-\sqrt{2-k})\cup(-1-\sqrt{-2-k}$□$-3)\cup(1$□$-1+\sqrt{-2-k})\cup(-1+\sqrt{2-k}$□$-1+\sqrt{-4-2k})$□

10□□2020□•□□□□□□□□□ $f(x)=x(ax-\tan x)$□$x\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$□

□1□□ $a=1$□□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□ $x=0$□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ a□□□□□□

□□□□□□1□□□□□□□ $a=1$□□ $f(x)=x^2-\frac{x\sin x}{\cos x}$□

□□ $f'(x)=2x-\frac{x}{\cos^2 x}-\tan x=x(1-\frac{1}{\cos^2 x})+(x-\tan x)$□

□ $u(x)=x-\tan x$□□ $u'(x)=1-\frac{1}{\cos^2 x}\leqslant 0$□

□□ $u(x)$□ $(-\frac{\pi}{2}$□$\frac{\pi}{2})$ □□□□□□

□□ $u(0)=0$□

□□ $x\in(-\frac{\pi}{2}$□$0)$ □□ $u(x)>0$□ $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□ $u(x)<0$□

□ $x\in(-\frac{\pi}{2}$□$0)$ □□ $x(1-\frac{1}{\cos^2 x})>0$□ $x-\tan x>0$□□□ $f'(x)>0$□ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□ $x(1-\frac{1}{\cos^2 x})<0$ □ $x-\tan x<0$ □□□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $(-\frac{\pi}{2}$ □ $0)$ □□□□□□□□ $(0,\frac{\pi}{2})$ □

□□□□□□ $a=1$ □□ $f(x)=x^2-\frac{x\sin x}{\cos x}$ □

$f'(x)=\frac{2x\cos 2x-\sin 2x}{2\cos^2 x}$ □

□ $g(x)=2x\cos x-\sin 2x$ □ $x\in(-\frac{\pi}{2}$ □ $\frac{\pi}{2})$ □

□ $g'(x)=-4x\sin 2x\leqslant 0$ □□□□□□ $x=0$ □□□□□□□

□□ $g(x)$ □□□□□

□ $g(0)=0$ □

□□□ $x\in(-\frac{\pi}{2}$ □ $0)$ □□ $g(x)>0$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□ $g(x)<0$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $f(x)$ □□□□□□□□ $(-\frac{\pi}{2}$ □ $0)$ □□□□□□□□ $(0,\frac{\pi}{2})$ □

□2□□ $g(x)=ax-\tan x$ □□ $f(x)=xg(x)$ □

$g'(x)=a-\frac{1}{\cos^2 x}$ □ $f'(x)=xg'(x)+g(x)$ □

□ $a\leqslant 1$ □ $x\in(-\frac{\pi}{2}$ □ $\frac{\pi}{2})$ □□ $g'(x)\leqslant 0$ □ $g(x)$ □□□□□

□□ $x\in(-\frac{\pi}{2}$ □ $0)$ □□ $g(x)>g(0)=0$ □ $xg'(x)\geqslant 0$ □

□□ $f'(x)<0$ □□ $f(x)$ □ $(0,\frac{\pi}{2})$ □□□□□□

□ $x=0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□ $a\leqslant 1$ □□□□□

□ $a>1$ □□□□ $t\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□ $\cos t=\frac{1}{\sqrt{a}}$ □□ $g(t)=0$ □

□ $g'(x)=a-\frac{1}{\cos^2 x}$ □ $(0,\frac{\pi}{2})$ □□□□□□

□□ $x\in(0,t)$ □□ $g(x)>g(0)=0$ □

□□ $f(x)=xg(x)>0$ □□□ $x=0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□

□□□ a □□□□□□ $(-\infty,-1)$ □

11□□2020□•□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x[ax^2-(4a+1)x+4a+3]$ □

□1□ $a>0$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□□□

□2□□ $f(x)$ □ $x=2$ □□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□1□□□ $f(x)=e^x[ax^2-(4a+1)x+4a+3]$ □

□□ $f'(x)=[ax^2-(2a+1)x+2]e^x=(ax-1)(x-2)e^x$ □□1 □□

□ $a>\frac{1}{2}$ □□□ $f'(x)>0$ □□□ $x<\frac{1}{a}$ □ $x>2$ □□2 □□

□ $a<\frac{1}{2}$ □□□ $f'(x)>0$ □□□ $x<2$ □ $x>\frac{1}{a}$ □□3 □□

□ $a=\frac{1}{2}$ □□ $f'(x)\geqslant 0$ □□□□□4 □□

□□□□ $a>\frac{1}{2}$ □□□□□□□□□ $(-\infty,\frac{1}{a})$ □ $(2,+\infty)$ □

□ $0<a<\frac{1}{2}$ □□□□□□□□□ $(-\infty,2)$ □ $(\frac{1}{a}$ □ $+\infty)$ □

□ $a=\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□□□5 □□

□2□ $f'(x)=[ax^2-(2a+1)x+2]e^x=(ax-1)(x-2)e^x$ □

由（1）得，若 $a>\frac{1}{2}$，$f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极小值；（6 分）

$0<a\leqslant\frac{1}{2}$，所以 2 不是 $f(x)$ 的极小值点．（7 分）

$a=0$ 时，$f'(x)=(-1)(x-2)e^x>0$，$x<2$，$f'(x)=(-1)(x-2)e^x<0$，$x>2$

2 是 $f(x)$ 的极大值点（9 分）

$a<0$ 时，$f'(x)>0$，得：$\frac{1}{a}<x<2$，

令 $f'(x)<0$，得：$x<\frac{1}{a}$ 或 $x>2$

2 是 $f(x)$ 的极大值点（11 分）

综上可知，a 的取值范围是 $(\frac{1}{2},+\infty)$．（12 分）

12．（2021 春•湛江期末）已知函数 $f(x)=[ax^2-(3a+1)x+3a+2]e^x$．

（1）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线平行于 x 轴，求 a 的值；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值，求 a 的取值范围．

【解答】解：（1）函数 $f(x)=[ax^2-(3a+1)x+3a+2]e^x$ 的导数为 $f'(x)=[ax^2-(a+1)x+1]e^x$，

$\because$ 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线斜率为 0，

$\therefore(4a-2a-2+1)e^2=0$，解得 $a=\frac{1}{2}$．

（2）$f(x)$ 的导数为 $f'(x)=[ax^2-(a+1)x+1]e^x=(x-1)(ax-1)e^x$，

若 $a=0$，当 $x<1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，当 $x>1$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值，不符合题意，

若 $a=1$，由 $f'(x)=(x-1)^2e^x\geqslant 0$ 知 $f(x)$ 单调递增，无极值，不符合题意，

□$a>1$□□$\frac{1}{a}<1$□$f(x)$□$(\frac{1}{a},1)$□□□□□□$(1,+\infty)$□□□□□

□□□□$f(x)$□$x=1$□□□□□□□□□□□□

□$0<a<1$□□$\frac{1}{a}>1$□$f(x)$□$(-\infty,1)$□□□□□□$(1,\frac{1}{a})$□□□□□

□□□□$f(x)$□$x=1$□□□□□□□□□□□□□

□$a<0$□□$\frac{1}{a}<1$□$f(x)$□$(\frac{1}{a},1)$□□□□$(1,+\infty)$□□□

□□□□$f(x)$□$x=1$□□□□□□□□□□□□□

□□□□□a□□□□$(1,+\infty)$□

13□□2020•□□□□□□□□□□□$f(x)=[ax^2-(3a+1)x+3a+2]e^x$□

□1□□□□$y=f(x)$□□$(2$□f□2□$)$□□□□□□□0□□a□

□2□□$f(x)$□$x=1$□□□□□□□□a□□□□□□

□3□□□2□□□□□□□□□$y=f(x)$□□□□□□

□□□□□□□1□ $f(x)=[ax^2-(3a+1)x+3a+2]e^x$□

$\therefore f'(x)=[ax^2-(a+1)x+1]e^x$□

□□$y=f(x)$□□$(2$□f□2□$)$□□□□□□□0□

□□$(4a-2a-2+1)e^2=0$□

□□$a=\frac{1}{2}$□

□2□$f'(x)=[ax^2-(a+1)x+1]e^x=(x-1)(ax-1)e^x$□

□$a=0$□$x<1$□□$f'(x)>0$□$f(x)$□□□$x>1$□$f'(x)<0$□$f(x)$□□□

$x=1$□$f(x)$□□□□□□□□□□□

□$a>0$□□$a=1$□□$f'(x)=(x-1)^2e^x \geq 0$□$f(x)$□□□□□□□

□$a>1$□□$\frac{1}{a}<1$□$f(x)$□$(\frac{1}{a}$□$1)$□□□□$(1,+\infty)$□$(-\infty,\frac{1}{a})$□□□

□□$f(x)$□$x=1$□□□□□□□

□$0<a<1$□□$\frac{1}{a}>1$□$f(x)$□$(1,\frac{1}{a})$□□□□$(\frac{1}{a}$□$+\infty)$□$(-\infty,1)$□□□

□□$f(x)$□$x=1$□□□□□□□□□□□□

□$a<0$□□$\frac{1}{a}<1$□$f(x)$□$(\frac{1}{a}$□$1)$□□□□$(1,+\infty)$□$(-\infty,\frac{1}{a})$□□□

□□$f(x)$□$x=1$□□□□□□□□□□□□

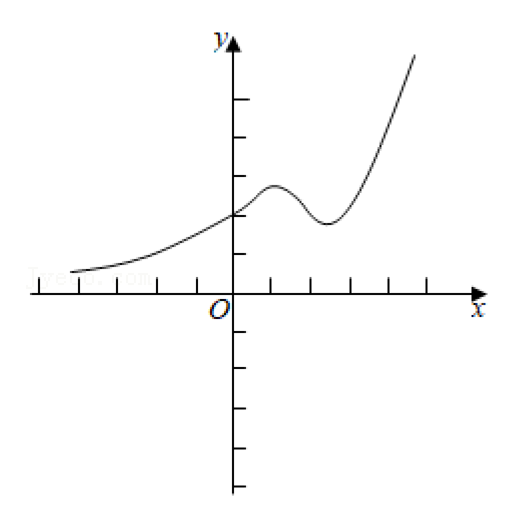
□□□□□a□□□□$(1,+\infty)$□

□3□□□□□□2□□□$a>1$□□$\frac{1}{a}<1$□

$f(x)$□$(-\infty,\frac{1}{a})$□□□□$(\frac{1}{a}$□$1)$□□□□$(1,+\infty)$□□□

$x\to-\infty$□□$f(x)\to 0$□□$f(x)$□□□$=f$□1□$=e(a+1)>2e$□$x\to+\infty$□□$f(x)\to+\infty$□

□□□$f(x)$□□□□□□□□□



□ $f(x)$ □□□□□

14□□ $f(x)=x\ln x-ax^2+(2a-1)x$□$a\in R$□

□1□□ $g(x)=f'(x)$□□ $g(x)$ □□□□□

□2□□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□ a □□□□□

□□□□□□1□□ $f'(x)=\ln x-2ax+2a$□

□□ $g(x)=\ln x-2ax+2a$□$x\in(0,+\infty)$□

□□ $g'(x)=\frac{1}{x}-2a=\frac{1-2ax}{x}$ □

□ $a\leqslant 0$□$x\in(0,+\infty)$□□ $g'(x)>0$□□□ $g(x)$ □□□□

□ $a>0$□$x\in(0,\frac{1}{2a})$□□ $g'(x)>0$□□□ $g(x)$ □□□□

$x\in(\frac{1}{2a}$□$+\infty)$□□ $g'(x)<0$□□□ $g(x)$ □□□□

□□□ $a\leqslant 0$□□ $g(x)$ □□□□□□ $(0,+\infty)$□

□ $a>0$□□ $g(x)$ □□□□□□ $(0,\frac{1}{2a})$ □□□□□□ $(\frac{1}{2a}$□$+\infty)$□

□2□□ $f'(x)=\ln x-2ax+2a$□□ f'□1□$=0$□

①□ $a\leqslant 0$□□□□1□□□ $f'(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□

□□ $x\in(0,1)$□□ $f'(x)<0$□$f(x)$□□□□□ $x\in(1,+\infty)$□□ $f'(x)>0$□$f(x)$ □□□□

□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□□□

②□ $0<a<\frac{1}{2}$□□ $\frac{1}{2a}>1$ □□□1□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{2a})$ □□□□□

□□□ $x\in(0,1)$□□ $f'(x)<0$□□ $x\in(1,\frac{1}{2a})$□□ $f'(x)>0$□

□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,\frac{1}{2a})$ □□□□□□

□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□□□□

③□ $a=\frac{1}{2}$ □□ $\frac{1}{2a}=1$ □ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□□□ $x\in(0,+\infty)$ □□ $f'(x)\leqslant 0$ □ $f(x)$ □□□□□□□□□□

④□ $a>\frac{1}{2}$ □□ $0<\frac{1}{2a}<1$ □ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{2a})$ □□□□□ $(\frac{1}{2a}$ □ $+\infty)$ □□□

□ $x\in(\frac{1}{2a}$ □ $1)$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□□□

□□□□□□□ a □□□□□□ $(\frac{1}{2}$ □ $+\infty)$ □

15□□□□□ $f(x)=(x^2-ax+a)e^x-x^2$ □ $a\in R$

□I□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ a □□□□□□

□II□□□□ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□I□ $f'(x)=(2x-a)e^x+(x^2-ax+a)e^x-2x=x[(x+2-a)e^x-2]$ □

□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

$\therefore f'(x)\geqslant 0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $(x+2-a)e^x-2\geqslant 0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $x+2-\frac{2}{e^x}\geqslant a$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□□□ $g(x)=x+2-\frac{2}{e^x}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $\therefore g(x)>g(0)=0$ □

$\therefore a\leqslant 0$ □

□II□□□ $f(x)$ □□□□□□ $f'(x)>0$ □□ $x[(x+2-a)e^x-2]>0$

$\therefore \begin{cases} x>0 \\ (x+2-a)e^x-2>0 \end{cases}$ □ $\begin{cases} x<0 \\ (x+2-a)e^x-2<0 \end{cases}$ □□ $\begin{cases} x>0 \\ x+2-\frac{2}{e^x}>a \end{cases}$ □ $\begin{cases} x<0 \\ x+2-\frac{2}{e^x}<a \end{cases}$ □ $(*)$

□ $g(x)=x+2-\frac{2}{e^x}$ □□□□□□□□□ $g(x)=x+2-\frac{2}{e^x}=a$ □□□ x_0

①□ $x_0>0$ □□□□□□ $(*)$ □□□□ $(-\infty,0)$ □ $(x_0$ □ $+\infty)$ □

□□ $f(x)$ □ $(-\infty,0)$ □ $(x_0$ □ $+\infty)$ □□□□□□□ $(0,x_0)$ □□□□□□□ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□□□

②□ $x_0=0$ □□□□□□ $(*)$ □□□□ $(-\infty,0)$ □ $(0,+\infty)$ □□□ $f(x)$ □ R □□□□□□□ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□□□

③□ $x_0<0$ □□□□□□ $(*)$ □□□□ $(-\infty,x_0)$ □ $(0,+\infty)$ □

□□ $f(x)$ □ $(-\infty,x_0)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $(x_0$ □ $0)$ □□□□□□□□ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□

□ $g(x)$ □□□□ $a=x_0+2-\frac{2}{e^{x_0}}<g(0)=0$ □

□□□□□ $a<0$ □

16□□2020•□□□□□□□□□□ $f(x)=[x^2+(a+1)x+1]e^x$ □

□I□□□□ $y=f(x)$ □□ $(0$ □ $f(0))$ □□□□□ x □□□□□ a □□□

□II□□ $f(x)$ □ $x=-1$ □□□□□□□□ a □□□□□□

□III□□ $a=2$ □□□□□ $g(x)=mf(x)-1$ □ 3 □□□□□ m □□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□ 14 □□

□□□I□□□ $f(x)$ □□□□□ $(-\infty,+\infty)$ □ $f'(x)=[x^2+(a+3)x+a+2]e^x$ □

□□□□ $y=f(x)$ □□ $(0$ □ $f(0))$ □□□□□ x □□□□

所以 $f'(0)=(a+2)e^{0}=0$，解得 $a=-2$.

此时 $f(0)=1\neq 0$，所以 a 的值为 -2. ..（5 分）

（Ⅱ）因为 $f'(x)=[x^{2}+(a+3)x+a+2]e^{x}=(x+1)[x+(a+2)]e^{x}$，

① 若 $a<-1$，$-(a+2)>-1$，

则当 $x\in(-\infty,-1)$ 时，$x+1<0$，$x+(a+2)<x+1<0$，所以 $f'(x)>0$；

当 $x\in(-1,-(a+2))$ 时，$x+1>0$，$x+(a+2)<0$，所以 $f'(x)<0$.

所以 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极大值.

② 若 $a\geqslant -1$，$-(a+2)\leqslant -1$，

则当 $x\in(-1,0)$ 时，$x+1>0$，$x+(a+2)\geqslant x+1>0$，

所以 $f'(x)>0$.

所以 -1 不是 $f(x)$ 的极大值点.

综上可知，a 的取值范围为 $(-\infty,-1)$. ..（10 分）

（Ⅲ）$m>\dfrac{e^{4}}{5}$. ..（14 分）

17.（2020•新课标Ⅲ）已知函数 $f(x)=(2+x+ax^{2})\ln(1+x)-2x$.

(1) 若 $a=0$，证明：当 $-1<x<0$ 时，$f(x)<0$；当 $x>0$ 时，$f(x)>0$；

(2) 若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点，求 a.

【解答】(1) 证明：当 $a=0$ 时，$f(x)=(2+x)ln(1+x)-2x$，$(x>-1)$.

$f'(x)=ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$，$f''(x)=\dfrac{x}{(x+1)^2}$，

可得 $x\in(-1,0)$ 时，$f''(x)\leqslant 0$，$x\in(0,+\infty)$ 时，$f''(x)\geqslant 0$

$\therefore$ $f'(x)$ 在 $(-1,0)$ 递减，在 $(0,+\infty)$ 递增，

$\therefore$ $f'(x)\geqslant f'(0)=0$，

$\therefore$ $f(x)=(2+x)ln(1+x)-2x$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，又 $f(0)=0$.

$\therefore$ 当 $-1<x<0$ 时，$f(x)<0$；当 $x>0$ 时，$f(x)>0$.

(2) 解：由 $f(x)=(2+x+ax^2)ln(1+x)-2x$，得

$$f'(x)=(1+2ax)ln(1+x)+\frac{2+x+ax^2}{x+1}-2=\frac{ax^2-x+(1+2ax)(1+x)ln(x+1)}{x+1},$$

令 $h(x)=ax^2-x+(1+2ax)(1+x)ln(x+1)$，

$h'(x)=4ax+(4ax+2a+1)ln(x+1)$.

当 $a\geqslant 0$，$x>0$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，

$\therefore$ $h(x)>h(0)=0$，即 $f'(x)>0$，

$\therefore$ $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 $x=0$ 不是 $f(x)$ 的极大值点，不符合题意.

当 $a<0$ 时，$h'(x)=8a+4a\ln(x+1)+\dfrac{1-2a}{x+1}$，

显然 $h'(x)$ 单调递减，

① 令 $h'(0)=0$，解得 $a=-\dfrac{1}{6}$.

$\therefore$ 当 $-1<x<0$ 时，$h'(x)>0$，当 $x>0$ 时，$h'(x)<0$，

$\therefore h(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

$\therefore h(x)\leq h(0)=0$，

$\therefore h(x)$ 单调递减，又 $h(0)=0$，

$\therefore$ 当 $-1<x<0$ 时，$h(x)>0$，即 $f'(x)>0$，

当 $x>0$ 时，$h(x)<0$，即 $f'(x)<0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

$\therefore x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点，符合题意；

② 若 $-\dfrac{1}{6}<a<0$，则 $h'(0)=1+6a>0$，$h'(e^{-\frac{1+6a}{4a}}-1)=(2a-1)(1-e^{\frac{1+6a}{4a}})<0$，

$\therefore h'(x)=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一一个零点，设为 x_0，

$\therefore$ 当 $0<x<x_0$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，

$\therefore h(x)>h(0)=0$，即 $f'(x)>0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递增，不符合题意；

③ 若 $a<-\dfrac{1}{6}$，则 $h'(0)=1+6a<0$，$h'(\dfrac{1}{e^2}-1)=(1-2a)e^2>0$，

$\therefore h'(x)=0$ 在 $(-1,0)$ 上有唯一一个零点，设为 x_1，

$\therefore$ □ $x_1 < x < 0$ □□ $h'(x) < 0$ □ $h(x)$ □□□□□

$\therefore h(x) > h(0) = 0$ □ $\therefore h(x)$ □□□□□

$\therefore h(x) < h(0) = 0$ □□ $f'(x) < 0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(x_1, 0)$ □ □□□□□□□□□□□□

□□□ $a = -\frac{1}{6}$ □

18□□2020•□□□□□□□□□ $f(x) = ax^2 + 2ln(1+x) - 2\sin x$ □ $a > 0$ □

□1□□ $a \geq 1$ □□□□□ $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ □□ $f(x) > 0$ □

□2□□ $x = 0$ □ $f(x)$ □□□□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□1□□□□□□□ $f'(x) = 2ax + \frac{2}{1+x} - 2\cos x, f'(0) = 0$ □

□ $h(x) = f'(x)$ □□ $h'(x) = 2[a - \frac{1}{(1+x)^2} + \sin x]$ □

□ $a \geq 1$ □□ $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ □□ $h'(x) = 2[a - \frac{1}{(1+x)^2} + \sin x] \geq 2[1 - \frac{1}{(1+x)^2} + \sin x] > 0$ □

$\therefore h(x)$ □ $(0, \frac{\pi}{2})$ □□□□□□

$\therefore h(x) > h(0) = 0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(0, \frac{\pi}{2})$ □□□□□□

$\therefore f(x) > f(0) = 0$ □

□2□①□ $a \geq 1$ □□□1□□□ $f(x)$ □ $(0, \frac{\pi}{2})$ □□□□□□

□□ $x = 0$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□

②□$0<a<1$□□ $\varphi(x)=h(x)=2[a-\frac{1}{(x+1)^2}+\sin x]$ □

□□ $x\in(-1,\frac{\pi}{2})$ □□ $\varphi'(x)=2\cos x+\frac{4}{(1+x)^3}>0$ □

$\therefore\varphi(x)$□$h(x)$□$(-1,\frac{\pi}{2})$□□□□□

□ $\varphi(0)=h(0)=2(a-1)<0,\varphi(\frac{\pi}{2})=h(\frac{\pi}{2})=2[a+1-\frac{1}{(1+\frac{\pi}{2})^2}]>0$ □

$\therefore$□□ $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□□ $h(\alpha)=0$□

$\therefore$□$x\in(-1,\alpha)$□□$h(x)<h(\alpha)=0$□

$\therefore h(x)=f'(x)$□$(-1,\alpha)$□□□□□ $f(0)=h(0)=0$□

$\therefore$□$x\in(-1,0)$□□$f'(x)>0$□□$x\in(0,\alpha)$□□$f'(x)<0$□

$\therefore f(x)$□$(-1,0)$□□□□□□□$(0,\alpha)$□□□□□□

□□□□$x=0$□$f(x)$□□□□□□□$0<a<1$□

19□□2020□•□□□□□□□□□ $f(x)=ln(x+1)-x+\frac{1}{2}x^2+ax^3$ □$a\in R$□

□I□□$a=0$□□□□□$-1<x<0$□□$f(x)<0$□□$x>0$□□$f(x)>0$□

□II□□$x=0$□$f(x)$□□□□□□□a□□□

□□□□□□(I)□□□□$a=0$□□ $f(x)=ln(x+1)-x+\frac{1}{2}x^2$ □□□□□$(-1,+\infty)$□

$.f'(x)=\frac{1}{x+1}-1+x=\frac{x^2}{x+1}$□

□$x>-1$□□$f'(x)>0$□

□□ $f(x)$ □ $(-1,+\infty)$ □□□□□

□□□ $f(0)=0$ □

□□□ $-1<x<0$ □ $f(x)<0$ □□ $x>0$ □□ $f(x)>0$ □

□II□□ $a\geq 0$ □□ (I) □□□ $x>0$ □□ $f(x)\geq \ln(x+1)-x+\frac{1}{2}x^2>0=f(0)$ □

□□ $x=0$ □ $f(x)$ □□□□□□□

□ $a<0$ □ $f'(x)=\frac{1}{x+1}-1+x+3ax^2=\frac{3ax^2+(3a+1)x^2}{x+1}=\frac{3ax^2}{x+1}(x+\frac{3a+1}{3a})$ □ $x>-1$ □

□ $f'(x)=0$ □□□ $x=0$ □ $x=-\frac{3a+1}{3a}$ □

① □ $a<-\frac{1}{3}$ □□ $-\frac{3a+1}{3a}<0$ □

□ $-1<x<-\frac{3a+1}{3a}$ □□ $f'(x)>0$ □□ $x>-\frac{3a+1}{3a}$ □□ $f'(x)\leq 0$ □

□□ $f(x)$ □ $(-\frac{3a+1}{3a},+\infty)$ □□□□□□ $x=0$ □ $f(x)$ □□□□□□□

② □ $-\frac{1}{3}<a<0$ □□ $-\frac{3a+1}{3a}>0$ □

□ $-1<x<-\frac{3a+1}{3a}$ □□ $f'(x)\geq 0$ □□ $x>-\frac{3a+1}{3a}$ □□ $f'(x)<0$ □

□□ $f(x)$ □ $(-1,-\frac{3a+1}{3a})$ □□□□□□ $x=0$ □ $f(x)$ □□□□□□□

③ □ $a=-\frac{1}{3}$ □□ $-\frac{3a+1}{3a}=0$ □

□ $-1<x<0$ □□ $f'(x)>0$ □□ $x>0$ □□ $f'(x)<0$ □

□□ $f(x)$ □ $(-1,0)$ □□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□

□□ $x=0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□□□□□ $x=0$ □ $f(x)$ □□□□□□□ $a=-\frac{1}{3}$ □

20□□2020 □•□□□□□□□□□ $f(x)=(x-1)e^{x}-ax^{2}(a\in R)$ □

□1□□ $a=1$ □□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□ $x=0$ □ $f(x)$ □□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□1□□ $a=1$ □□ $f(x)=(x-1)e^{x}-x^{2}$ □□ $f'(x)=x(e^{x}-2)$ □

□ $x\in(-\infty,0)$ □ $(ln2,+\infty)$ □ $f'(x)>0$ □ $x\in(0,ln2)$ □ $f'(x)<0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(-\infty,0)$ □ $(ln2,+\infty)$ □□□□□□□ $(0,ln2)$ □□□□□□

□2□□□□□□ $f'(x)=x(e^{x}-2a)$ □□ $a\leqslant 0$ □□ $e^{x}-2a>0$ □

□ $f'(x)>0\Rightarrow x>0$ □ $\therefore f(x)$ □ $(-\infty,0)$ □□□□

□ $(0,+\infty)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□ $x=0$ □□□□□□□□□□□□

□ $a>0$ □□□ $f'(x)=0$ □ $x=0$ □ $x=ln2a$ □□□ $x=0$ □□□□□□

$\therefore ln2a>0$ □□ $a>\frac{1}{2}$ □□ $a\in(\frac{1}{2},+\infty)$ □

每日
领券专享超低价

每周
推送甄选教学资源清单

每月
分享名校名师私享课程及课件

不定期领取教辅图书及学科网独家试卷

专属客服快一步获取服务

扫一扫二维码

关注学科网服务号

一键获取所有服务，满足需求更快一步

回复：教学模板

领取35套教学ppt模板